

2 Parcial

Matemáticas

Ejercicios.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^3 - 2x^2 - 3x + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(2)^2 - 3(2) - 2}{(2)^3 - 2(2)^2 - 3(2) + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(4) - 6 - 2}{8 - 2(2) - 6 + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8 - 6 - 2}{8 - 4 - 6 + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{0}{0} \quad \text{Indeterminado}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^3 - 2x^2 - 3x + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(N) (2x-4)(2x+1)}{2}$$

$$\frac{2(x-2)(2x+1)}{2}$$

$$(x-2)(2x+1)$$

$$(D) \quad x^3 - 2x^2 - 3x + 6$$

$$(x^3 - 2x^2) - (3x - 6)$$

$$x^2(x-2) - 3(x-2)$$

$$(x-2)(x^2-3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-2)(x^2-3)}$$

$$\frac{2x+1}{x^2-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(2)+1}{2^2-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4+1}{4-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} 5$$

Ejercicio

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{7-3}}{(7)^2 - 49}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{4}}{49 - 49}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - 2}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{0}{0} \quad \text{Indeterminación}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})}{(x-7)(2+\sqrt{x-3})}$$

$$\frac{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})}$$

$$\frac{4-(x-3)}{(x+7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})}$$

$$\frac{4-x+3}{(x+7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})}$$

$$\frac{(7-x)}{(x+7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})}$$

$$-\frac{(7-x)}{(x+7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})}$$

$$-\frac{(x-7)}{(x+7)(x-7)(2+\sqrt{x-3})}$$

$$-\frac{1}{(x+7)(2+\sqrt{x-3})}$$

Propiedad

$$+ \frac{+}{+} \quad - \frac{-}{+} \quad - \frac{+}{-}$$

$$+ \frac{-}{-}$$

Se cambia solo 2 signos.

$$\lim_{x \rightarrow 7} -\frac{1}{(7+7)(2+\sqrt{7-3})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} -\frac{1}{(14)(2+\sqrt{4})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} -\frac{1}{(14)(2+2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} -\frac{1}{(14)(4)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} -\frac{1}{56}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{x^2 - 9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(3)^3 - 6(3)^2 + 9(3)}{(3)^2 - 9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{27 - 6(9) + 27}{9 - 9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{27 - 54 + 27}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{0}{0} \quad \text{Indeterminado}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{x^2 - 9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\textcircled{N} \quad x^3 - 6x^2 + 9x = x(x^2 - 6x + 3^2)}{x(x-3)^2}$$

$\downarrow \quad \uparrow \quad \rightarrow 3$
 $x \quad 2(x)(3) \quad 6x$

$$\textcircled{D} \quad (x+3)(x-3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3(3-3)}{3+3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3(0)}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{0}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1}$$

$$\frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1}$$

$$\frac{\sqrt[3]{1} - 1}{\sqrt{1} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1}$$

$$\frac{1 - 1}{1 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1}$$

$$\frac{0}{0} \quad \text{Indeterminado}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1}$$

$$\frac{(\sqrt[3]{x} - 1) \cdot (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1) \cdot (\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1) \cdot (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1) \cdot (\sqrt{x} + 1)}$$

$$\frac{[(\sqrt[3]{x})^3 - (1)^3] (\sqrt{x} + 1)}{[(\sqrt{x})^2 - (1)^2] (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}$$

$$\frac{(x - 1) (\sqrt{x} + 1)}{(x - 1) (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}$$

$$\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}$$

$$\frac{\sqrt{1} + 1}{\sqrt[3]{1^2} + \sqrt[3]{1} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1}$$

$$\frac{\sqrt{1} + 1}{\sqrt[3]{1^2} + \sqrt[3]{1} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+0} - \sqrt{1-0}}{0} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{0} - \sqrt{0}}{0} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{0 - 0}{0} = \frac{0}{0}$$

Indeterminado

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x} - \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)} + \sqrt[3]{1} \right)}{\left(\frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} \right) \cdot \left(\sqrt{1-x} + 1 \right)}$$

$$= \left(\frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{1-x} + 1}{\sqrt{1-x} + 1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{1-x} + 1}{\sqrt{1-x} + 1} \right)}{\left(\frac{\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)} + \sqrt[3]{1} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{1-x} + 1}{\sqrt{1-x} + 1} \right)}$$

Quando un ejercicio tiene radicales con diferente índice separamos cada uno de las raíces y a cada factor le sumamos o restamos 1 para poder completar el cuadrado, noveno o décimo caso de factorización.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x-4}{x \left(\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1 \right)} = \frac{1-x-1}{x \left(\sqrt[3]{1+x} + 1 \right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x \left(\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1 \right)} = \frac{-x}{x \left(\sqrt[3]{1+x} + 1 \right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1} = \frac{1}{\sqrt[3]{1+x} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{(1+0)^2} + \sqrt[3]{1+0} + 1} = \frac{-1}{\sqrt[3]{1-0} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{1^2} + \sqrt[3]{1} + 1} = \frac{-1}{\sqrt[3]{1} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+1+1} = \frac{1}{1+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2+3}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1} - 1}{\sqrt[3]{1} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 1}{1 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{0}{0} \quad \text{Indeterminado}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt[3]{x} - 1)} \cdot \frac{(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)} \cdot \left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{1 \cdot x} + \sqrt[3]{1^2 \cdot 1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[(\sqrt{x})^2 - (1)^2]}{[(\sqrt[3]{x})^3 - (1)^3]} (\sqrt{x} + 1)$$

$$\frac{(x-1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{(x-1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+(0)} - 1}{\sqrt[3]{1+(0)} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+0} - 1}{\sqrt[3]{1+0} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1} - 1}{\sqrt[3]{1} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 1}{1 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{0}{0}$$

$$z^6 = 1+x$$

$$\sqrt[6]{z^6} = 1$$

$$\frac{z^3 - 1}{z^2 - 1}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1} \frac{z^2 + z + 1}{z + 1}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1} \frac{1^2 + 1 + 1}{1 + 1}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1} \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} z^6 &= 1+x \\ z^6 &= 1+0 \\ z^6 &= 1 \\ z &= \sqrt[6]{1} \\ z &= 1 \end{aligned}$$

$$= \frac{(z-1)(z^2+z+1)}{(z+1)(z-1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 + x^3 - 24}{x^2 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2)^4 + (2)^3 - 24}{(2)^2 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{16 + 8 - 24}{4 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{24 - 24}{4 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{0}{0} \quad \text{Indeterminado}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 + x^3 - 24}{x^2 - 4}$$

$$x^4 + x^3 - 24$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -2 & \downarrow & 1 & 1 & 0 & 0 & -24 \\ & & & -2 & +2 & -4 & 8 \\ \hline & & 1 & -1 & 2 & -4 & -16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 2 & \downarrow & 1 & 1 & 0 & 0 & -24 \\ & & & 2 & 6 & 12 & 24 \\ \hline & & 1 & 3 & 6 & 12 & 0 \end{array}$$

$$x^3 + 3x^2 + 6x + 12$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^3 + 3x^2 + 6x + 12)}{(x+2)(x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^3 + 3(2)^2 + 6(2) + 12}{2 + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} 8 + 12 + 12 + 12$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} 11$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{1} - 1}{\sqrt[4]{1} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 1}{1 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} p^{12} = x$$

$$\frac{\sqrt[3]{p^{12}} - 1}{\sqrt[4]{p^{12}} - 1}$$

$$\frac{p^4 - 1}{p^3 - 1}$$

$$\frac{(p^2 + 1)(p^2 - 1)}{(p - 1)(p^2 + p + 1)}$$

$$\frac{(p^2 + 1)(p + 1)(p - 1)}{(p - 1)(p^2 + p + 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1^2 + 1)(1 + 1)}{1^2 + 1 + 1}$$

Cambio Variable

$$p^{12} = x$$

$$p^{12} = 1$$

$$p = \sqrt[12]{1}$$

$$p = 1$$

$$\lim_{p \rightarrow 1} (2)(2)^3$$

$$\lim_{p \rightarrow 1} 4 \cdot 3$$

Matemáticas

Función Continua o Continuidad de una Función

llamamos función continua a aquella función que en su gráfica determina o que su gráfica no se encuentra ningún tipo de corte y se puede determinar el dominio o rango de una función.
Tiene al infinito y no tiene ningún tipo de cortes.

Regla para Resolver

- 1) Determinamos que el límite de la izquierda tiene que ser igual al límite de la derecha.
- 2) Para determinar cada límite debemos identificar cuál es su condición
- 3) Si el límite de la izquierda es igual al límite de la derecha la función es continua.
- 4) También se puede determinar las coordenadas del punto donde la función es continua.

Ejercicios

► Calcular si la función es continua cuando $x=2$

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x & \text{si } x < 2 \\ 6 - x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} = \lim_{x \rightarrow 2^+} = f(2) = 2$$

Izquierda

Derecha

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} x^3 - 3x = \lim_{x \rightarrow 2^+} 6 - x^2 = f(2) = 6 - 2^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2}$$

$$x^3 - 3x$$

$$\lim_{x \rightarrow 2}$$

$$6 - x^2$$

$$f(2) = 6 - 2^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2}$$

$$(2)^3 - 3(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2}$$

$$6 - (2)^2$$

$$f(2) = 6 - (2)^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2}$$

$$8 - 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 2}$$

$$6 - 4$$

$$f(2) = 6 - 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2}$$

$$2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2}$$

$$2$$

$$f(2) = 2.$$

Ejercicios

• Calcular el punto donde la función es continua.

$$f(x) = \begin{cases} 2ax + 1 & \text{si } x \leq 3 \\ 3x^2 + ax - 3 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-}$$

$$= f(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+}$$

$$2ax + 1 = \lim_{x \rightarrow 3^+}$$

$$3x^2 + ax - 3 = f(x) = 2ax + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3}$$

$$2ax + 1$$

$$=$$

$$\lim_{x \rightarrow 3}$$

$$3x^2 + ax - 3$$

$$f(3) = 2ax + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3}$$

$$2a(3) + 1$$

$$=$$

$$\lim_{x \rightarrow 3}$$

$$3(3)^2 + a(3) - 3$$

$$f(3) = 2a(3) + 1$$

$$6a + 1$$

$$=$$

$$27 + 3a - 3$$

$$27 + 3a - 3$$

$$6a - 3a = 27 - 3 - 1$$

$$3a = 23$$

$$\boxed{a = \frac{23}{3}}$$

• Ejercicio N: 2

► Calcular las coordenadas donde la función es continua.

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & \text{si } x \leq -1 \\ 2ax + 3b & \text{si } -1 < x < 2 \\ 4x + 7 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} = \lim_{x \rightarrow a^+}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} 3x^2 - 1 = \lim_{x \rightarrow -1^-} 2ax + 3b$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} 3(-1)^2 - 1 = \lim_{x \rightarrow -1^-} 2a(-1) + 3b$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} 3 - 1 = \lim_{x \rightarrow -1^-} -2a + 3b$$

$$2 = -2a + 3b$$

$$-2a + 3b = 2$$

$$\textcircled{1} \quad 2a - 3b = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} 2ax + 3b = \lim_{x \rightarrow 2^-} 4x + 7$$

$$2ax + 3b = 4x + 7$$

$$2a(2) + 3b = 4(2) + 7$$

$$4a + 3b = 8 + 7$$

$$\textcircled{2} \quad 4a + 3b = 15$$

$$\begin{cases} 2a - 3b = -2 \\ 4a + 3b = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a - 3b = -2 \\ 4a + 3b = 13 \end{cases}$$

$$6a = 13$$

$$a = \frac{13}{6}$$

$$2a - 3b = -2$$

$$2\left(\frac{13}{6}\right) - 3b = -2$$

$$\frac{13}{3} - 3b = -2$$

$$-3b = -2 - \frac{13}{3}$$

$$-3b = \frac{19}{3}$$

$$b = \frac{19}{9}$$

$$b = \frac{19}{9}$$

Comprobación

$$2a - 3b = -2$$

$$2\left(\frac{13}{6}\right) - 3\left(\frac{19}{9}\right) = -2$$

$$\frac{13}{3} - 19 = -2$$

$$-\frac{16}{3}$$

$$-2 = -2$$

(a, b)

$$\left(\frac{13}{6}, \frac{19}{9}\right)$$

Ejercicio 3

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq -2 \\ ax+b & \text{si } -2 < x < 2 \\ 2x-6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a^-} & \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} x^2 &= \lim_{x \rightarrow -2} ax+b \\ & \quad \lim_{x \rightarrow -2} (-2)^2 &= \lim_{x \rightarrow 2} a(-2)+b \end{aligned}$$

$$4 = -2a + b$$

$$-2a + b = 4$$

$$\boxed{2a - b = -4}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a^+} & \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} ax+b &= \lim_{x \rightarrow 2} 2x-6 \end{aligned}$$

$$a(2)+b = 2(2)-6$$

$$2a+b = 4-6$$

$$\boxed{2a+b = -2}$$

Ejercicios

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2+4 & \text{si } -2 < x \leq 1 \\ 2x+3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \lim_{x \rightarrow 0^+}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} x+1 \quad \lim_{x \rightarrow -2} x^2+4$$

$$(-2)+1$$

$$\frac{-1}{-1} = \frac{(-2)^2+4}{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \lim_{x \rightarrow 0^+} \text{ at }$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^2+4 \quad \lim_{x \rightarrow 1} 2x+3$$

$$\frac{(1)^2+4}{5} = \frac{2(1)+3}{5}$$

• La función x^2+4 es continua en $2x+3$

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \leq 1 \\ ax-x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+}$$

$$x+3$$

$$ax-x^2$$

$$(1)+3$$

$$a(1)-(1)^2$$

$$4$$

$$a-1-1$$

$$4$$

$$a-1-1$$

$$\begin{cases} a-1 \\ 4 \end{cases}$$

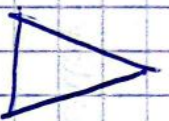
$$1 = a-1$$

$$a = -1 - 4$$

$$a = -5$$

Incremento o cociente medio de incrementos

Incremento es el aumento progresivo de cada una de sus variables y se lo representa:



Incremento de la variable.

$$\Delta X = X_1 - X_0$$

El incremento es igual a la diferencia del valor final - valor inicial

Incremento de la función

$$\Delta y = f(x_1) - f(x_0)$$

Es igual a la diferencia de la función final - la función inicial.

Cociente medio de incrementos

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Incremento de la función sobre el incremento de la variable.

1

 $\lim$ $\Delta x \rightarrow 0$ $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

0

3

Ejercicios.

Regla

- 1) Identificamos cuál es el valor inicial y cuál es el valor final
- 2) Calculamos el incremento de la variable
- 3) Calculamos el incremento de la función
- 4) Calculamos el cociente medio de incrementos.

A) Calcular el cociente medio de incrementos de:

$$f(x) : 5x^3 - 3x^2 + 6x - 1 \quad \text{cuando va de } 2 \text{ a } -3$$

 $x_0 \quad x_1$

$$\Delta x = x_1 - x_0$$

$$\Delta x = -3 - 2$$

$$\Delta x = -5$$

$$\Delta y = f(x_1) - f(x_0)$$

$$f(x) : 5x^3 - 3x^2 + 6x - 1$$

$$f() : 5(-3)^3 - 3(-3)^2 + 6(-3) - 1$$

$$f(-3) : -135 - 27 - 18 - 1$$

$$f(-3) : -181$$

$$f(x_0): 5x^3 - 3x^2 + 6x - 1$$

$$f(2): 5(2)^3 - 3(2)^2 + 6(2) - 1$$

$$f(2): 40 - \cancel{12} + \cancel{12} - 1$$

$$f(2): 39$$

$$\Delta y = f(x_1) - f(x_0)$$

$$\Delta y = -181 - 39$$

$$\Delta y = -220$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-220}{-5}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 44$$

Coeficiente medio de incrementos de: $f(x)$:

$$\frac{1}{3}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 3 \quad \text{cuando } x \text{ viene de } -\frac{1}{2} \text{ a } \frac{1}{2}$$

$$\Delta x = x_1 - x_0$$

$$\Delta x = +\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\Delta x = -1$$

$$\Delta y = f(x_1) - f(x_0)$$

$$f(x): \frac{1}{3}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 3$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right): \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{16}\right) - \frac{2}{3}\left(-\frac{1}{8}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right) - 3$$

$$= \frac{1}{48} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8} - 3$$

$$= -\frac{133}{48}$$

$$f(x): \frac{1}{3}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 3$$

Derivadas

Es el límite de cociente medio de incrementos cuando el incremento de la variable tiende a cero siendo su representación y su símbolo la siguiente.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

(1) (2) (3)

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

$$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} y$$

► Para derivar existen 2 procesos:

- 1) Derivada por incrementos o definición
- 2) Derivada por formulas particulares.

Derivada por Definición

Este tipo de derivadas tiene como objetivo demostrar las leyes o propiedades de ciertos temas exactos o cualquier materia con fórmulas.

Regla

- 1) Reemplazamos $x = x + \Delta x$
 $y = y + \Delta y$
- 2) Realizamos las operaciones indicadas "Operaciones Algebraicas"
- 3) A la respuesta del paso anterior le restamos la función original
- 4) Dividimos a ambos miembros de la ecuación por el incremento de la variable y en el segundo miembro de la ecuación sacamos factor común
- 5) A la respuesta del paso anterior le calculamos el límite cuando el incremento de la variable tiende a cero

Ejercicio

$$y = 2x^3 - 5x^2 + 3x - 2$$

$$y + \Delta y = 2(x + \Delta x)^3 - 5(x + \Delta x)^2 + 3(x + \Delta x) - 2$$

$$\frac{y + \Delta y}{\Delta x} = \frac{2(x^3 + 3x^2 \Delta x + 3x \Delta x^2 + \Delta x^3) - 5(x^2 + 2x \Delta x + \Delta x^2) + 3x + 3 \Delta x - 2}{\Delta x}$$

$$\frac{y + \Delta y}{\Delta x} = \frac{2x^3 + 6x^2 \Delta x + 6x \Delta x^2 + 2 \Delta x^3 - 5x^2 - 10x \Delta x - 5 \Delta x^2 + 3x + 3 \Delta x - 2}{\Delta x}$$

$$-y \quad -2x^3 \quad -5x^2 \quad +3x \quad +2$$

$$-3x \quad +2$$

$$\Delta y = 6x^2 \Delta \bar{x} + 6x \Delta \bar{x}^2 + 2\Delta \bar{x}^3 - 10x \Delta \bar{x} - 5\Delta \bar{x}^2 + 3\Delta \bar{x}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta \bar{x} (6x^2 + 6x \Delta \bar{x} + 2\Delta \bar{x}^2 - 10x - 5\Delta \bar{x} + 3)}{\Delta \bar{x}}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 6x^2 + 6x(0) + 2(0)^2 - 10x - 5(0) + 3$$

$$y' = 6x^2 - 10x + 3$$

Ejercicios

$$y = 3x^3 - 4x^3 + 6x - 2$$

$$y + \Delta y = 3(x + \Delta x)^3 - 4(x + \Delta x)^3 + 6(x + \Delta x) - 2$$

$$y + \Delta y = 3[x^3 + 3x^2\Delta x + 3x\Delta x^2 + \Delta x^3] + 3x\Delta x^2 + 6\Delta x - 2$$

$$y + \Delta y = 3x^3 + 9x^2\Delta x + 9x\Delta x^2 + 3\Delta x^3 + 3x\Delta x^2 + 6\Delta x - 2$$

$$- 4x^3 - 12x^2\Delta x - 4\Delta x^3 + 6\Delta x - 2$$

$$\Delta y = +15x^4\Delta x + 30x^3\Delta x^2 + 30x^2\Delta x^3 + 15x\Delta x^4 + 3\Delta x^5 - 12x^2\Delta x - 12x\Delta x^2 - 4\Delta x^3 + 6\Delta x$$

$$\Delta y = \Delta x (15x^4 + 30x^3\Delta x + 30x^2\Delta x^2 + 15x\Delta x^3 + 3\Delta x^4 - 12x^2 - 12x\Delta x - 4\Delta x^2 + 6)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 15x^4 + 30x^3(0) + 30x^2(0)^2 + 15x(0)^3 + 3(0)^4 - 12x^2 - 12(0) + 6$$

$$y = 15x^4 - 12x^2 + 6$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$\frac{y + \Delta y - y}{-y} = \frac{\sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x}}{-\sqrt{x}}$$

$$\Delta y = (\sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x}) \cdot \left(\frac{\sqrt{x + \Delta x}}{\sqrt{x + \Delta x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right)$$

$$\Delta y = \frac{(\sqrt{x + \Delta x})^2 - (\sqrt{x})^2}{\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x}}$$

$$\Delta y = \frac{\cancel{x + \Delta x} - x}{\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x}}$$

$$\Delta y = \frac{\Delta x}{\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x}}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\cancel{\Delta x}}{\cancel{\Delta x} (\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x})}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{\sqrt{x + 0} + \sqrt{x}}$$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x}}$$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$y' = \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x^2}}$$

$$y' = \frac{\sqrt{x}}{2x}$$

Derivada por fórmulas particulares.

1- Fórmula de derivación

La derivada de una constante es igual a cero.

$$y = k$$

$$y' = 0$$

→ Primeras letras del Alfabeto

$$y = s$$

$$y = \pi$$

$$y = \sqrt{2}$$

$$y' = e$$

$$y = a$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$y = 0$$

$$y = 0$$

$$y = 0$$

$$y = 0$$

$$y = 0$$

$$y = 0$$

2- Fórmula de derivación

La derivada de una variable es igual a 1.

$$y = x$$

$$y' = 1$$

$$y = x$$

$$y' = 1$$

$$y = z$$

$$y' = 1$$

$$y = w$$

$$y' = 1$$

$$y = p$$

$$y' = 1$$

$$y = w$$

$$y' = 1$$

→ Últimas letras del alfabeto

3: Fórmula de derivación

La derivada de una constante por una variable constante.

$$y = K$$

$$y' = 0$$

$$y = 2x$$

$$y' = 2$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$y' = \frac{1}{2}$$

$$y = x$$

$$y' = 1$$

$$y = \sqrt{2}x$$

$$y' = \sqrt{2}$$

$$y = ex$$

$$y' = e$$

$$y = cx$$

$$y' = c$$

4: Fórmula de derivación (Más importante)

La derivada de una variable elevado a cualquier exponente es igual a la multiplicación del exponente por la variable y la variable elevado al exponente menos 1

$$y = x^n$$

$$y' = nx^{n-1}$$

$$y = x^5$$

$$y' = 5x^4$$

$$y = \frac{1}{2}x^3$$

$$y' = \frac{3}{2}x^2$$

$$y = ax^n$$

Ejercicios

$$y = 5x^3 - 2x^2 + 3x - 2$$

$$y' = 15x^2 - 4x + 3$$

$$y = \frac{1}{2}x^5 - ax^4 + \frac{3}{2}x^2 + 6x - 1$$

$$y' = \frac{5}{2}x^4 - 4ax^3 + 3x + 6$$

$$y = 2a^3 - 3b^2 + 6c - 3$$

$$y' = 6a^2 - 6b + 6$$

$$y' = 0$$

5: Fórmula de derivación.

$$y = k(ax+b)$$

$$y' = k(nx^{n-1} + 0)$$

la derivada de una constante por un polinomio es igual a la constante multiplicado por la derivada del polinomio aplicando las fórmulas 1, 2, 3, 4.

$$y = 3(5x^4 - 2x^3 + 6x - 3)$$

$$y' = 3(20x^3 - 6x^2 + 6)$$

$$y = \frac{2}{3}(ax^4 - \frac{2}{3}x^3 - cx^2 + px + e)$$

$$y' = \frac{2}{3}(4ax^3 - 2x^2 + 2cx^{-3} + p)$$

6: Fórmula de derivación.

$$y = (x^n + b)^m$$

$$y' = m(x^n + b)^{m-1} (nx^{n-1} + 0)$$

la derivada de un polinomio elevado a un exponente es igual a la multiplicación del exponente por el polinomio y el polinomio está elevado al exponente -1 y eso multiplicado por la derivada del polinomio. aplicando fórmulas 1, 2, 3, 4.

$$y = (5x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 5x + 6)^7$$

$$y' = 7(5x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 5x + 6)^6 (20x^3 - 6x^2 + 6x - 5)$$

Ejercicio.

$$y = 2\left(\frac{1}{2}x^{-3} + ax^{-2} + \pi x + a\right)^7$$

$$y' = 14\left(\frac{1}{2}x^{-3} + ax^{-2} + \pi x + a\right)^6 \left(-\frac{3}{2}x^{-4} - 2ax^{-3} + \pi\right)$$

Regla de la Suma

La derivada de la suma de varias funciones es igual a la derivada de cada uno de los términos aplicando fórmula 1, 2, 3, 4, 5, 6.

$$f(x) = g(x) + z(x) + w(x)$$

$$f'(x) = g'(x) + z'(x) + w'(x)$$

$$y = 6x^5 + 7x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 6x - 2$$

$$y = 30x^4 + 28x^3 - 9x^2 + 4x + 6$$

Ejercicio

$$y = \sqrt{4x} + \sqrt{3x} - \sqrt{6x^2} + 5x - 2$$

$$y = \sqrt{2^2 x} + (3x)^{1/2} - \sqrt{2^3 x^2} + 5x - 2$$

$$y = \sqrt[2]{x^2} \sqrt{x} + (3x)^{1/2} - \sqrt{2^3 x^2} \sqrt{x} + 5x - 2$$

$$y = 2\sqrt{x} + (3x)^{1/2} - 2x\sqrt{2}$$

$$y = \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{\sqrt[3]{x}}$$

$$y = \frac{2}{x^{1/2}} + \frac{6}{x^{1/3}}$$

$$y = 2x^{-1/2} + 6x^{-1/3}$$

$$y' = -1x^{-3/2} - 2x^{-4/3}$$

Derivada

$$y' = -\frac{1}{x^{3/2}} - \frac{2}{x^{4/3}}$$

$$y' = -\frac{1}{\sqrt{x^3}} \cdot \frac{2}{3\sqrt{x^4}}$$

$$y' = -\frac{1}{\sqrt{x^2} \cdot x} - \frac{2}{3\sqrt{x^3} \cdot x}$$

$$y' = -\frac{1}{\sqrt{x^2} \sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x^2} \sqrt[3]{x}}$$

$$y' = -\frac{1}{x \sqrt{x}} - \frac{2}{x \sqrt[3]{x}}$$

$$y' = -\frac{1}{x \sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x \sqrt[3]{x}} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$y' = -\frac{\sqrt{x}}{x \sqrt{x^2}} - \frac{2 \sqrt[3]{x^2}}{x \sqrt[3]{x^3}}$$

$$y' = -\frac{\sqrt{x}}{x^2} - \frac{2 \sqrt[3]{x^2}}{x^2}$$

$$y' = \frac{\sqrt{x}}{x^2} - \frac{2 \sqrt[3]{x^2}}{x^2}$$

Regla de la Multiplicación

$$y = f(x) g(x)$$

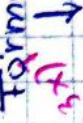
$$y' = f'(x) g(x) + g(x)' f(x)$$

Es igual a la derivada de la primera función por la segunda función más la derivada de la segunda función por la primera función siendo su representación la siguiente.

Ejercicios

Factor común es el mismo polinomio restado -1

Fórmula



$$y = (5x^4 - 3x)^7 (2x^3 - 6)^5$$

$$y' = 7(5x^4 - 3x)^6 (20x^3 - 3) (2x^3 - 6)^5 + 5(2x^3 - 6)^4 (5x^4 - 3x)^7 (x^3 - 6)^m$$

$$y' = (5x^4 - 3x)^6 (2x^3 - 6)^4 [7(20x^3 - 3)' (2x^3 - 6)^5 + 5(2x^3 - 6)'] (5x^4 - 3x)^7 y = m (x^n \pm b)^{m-1} (nx^{n-1})$$

$$y' = (5x^4 - 3x)^6 (2x^3 - 6)^4 [7(40x^3 - 120x^4 - 6x^3 + 18x) + 5(30x^6 - 18x^3 - 30x^4 + 18x)]$$

$$y' = (5x^4 - 3x)^6 (2x^3 - 6)^4 [280x^6 - 840x^4 - 42x^3 + 126x + 150x^6 - 90x^3 - 150x^4 + 90x]$$

$$y' = (5x^4 - 3x)^6 (2x^3 - 6)^4 (430x^6 - 990x^4 - 132x^3 + 216x)$$

Ejercicio

$$y = \sqrt[5]{(4x^4 - 2x^3)^2} \cdot \sqrt[6]{(3x^3 - x^2)^5}$$

$$y' = \frac{2}{5} (4x^4 - 2x^3)^{-\frac{3}{5}} (16x^3 - 6x^2) (3x^3 - x^2)$$

Ejercicios

$$y = \frac{\sqrt[4]{3} \sqrt{2x+1}}{\sqrt[3]{(3x^3+5)^5}}$$

$$y = \frac{\sqrt[4]{2x+1}}{(3x^3+5)^{5/2}}$$

$$y = (2x+1)^{1/4} (3x^3+5)^{-5/2}$$

$$y' = \frac{1}{4} (2x+1)^{-3/4} (2) (3x^3+5)^{-5/2} - \frac{5}{2} (3x^3+5)^{-7/2} (9x^2)$$

$$(9x^2)^{-3/2} - 1 = -\frac{3-2}{2} = -\frac{1}{2} \quad (2x+1)^{1/4}$$

$$y' = (2x+1)^{-3/4} (3x^3+5)^{-5/2} \left[\frac{1}{6} (3x^3+5) - \frac{5}{2} (9x^2)(2x+1) \right]$$

$$y' = \frac{\frac{1}{2} x^3 + \frac{5}{6} - \frac{45}{2} x^2 (2x+1)}{(2x+1)^{11/4} (3x^3+5)^{7/2}}$$

$$y' = \frac{\frac{1}{2} x^3 + \frac{5}{6} - 45x^3 - \frac{45}{2} x^2}{(2x+1)^{11/4} \sqrt{(3x^3+5)^2}}$$

$$\sqrt[12]{(2x+1)^{11}} \sqrt{(3x^3+5)^2}$$

$$y = \frac{-\frac{89}{2} x^3 - \frac{45}{2} x^2 + \frac{5}{6}}{\sqrt[12]{(2x+1)^{11}} \sqrt{(3x^3+5)^2} \sqrt{(3x^3+5)^2} \sqrt{3x^3+5}}$$

$$y' = -30x^2 - 40x^2 + \frac{5}{3}$$

$$2(3x^2+5)^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{(2x+1)^{1/2}}} \cdot \sqrt{3x^2+5}$$

Regla de la División

$$y = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$y' = \frac{f(x)'g(x) - g(x)'f(x)}{[g(x)]^2}$$

• La derivada de la división es igual a la derivada del numerador por el denominador menos la derivada del denominador por el numerador y todo eso dividido para el denominador elevado al cuadrado aplicando las fórmulas ya estudiadas anteriormente. siendo su representación la siguiente.

$$y = \frac{5x^3 + 4x}{2x^2 + 5}$$

$$y' = \frac{(15x^2 + 4)(2x^2 + 5) - 4x(5x^3 + 4x)}{(2x^2 + 5)^2}$$

$$y' = \frac{\cancel{30}x^4 + \cancel{70}x^2 + \cancel{20}x^2 + 20 - \cancel{20}x^4 - \cancel{16}x^2}{(2x^2 + 5)^2}$$

$$y' = \frac{10x^4 + 67x^2 + 20}{(2x^2 + 5)^2}$$

$$y = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$$

$$y' = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)^2}$$

$$y' = x + 2$$

$$y' = 1$$

$$y = \frac{2x^{1/3} + 5x}{3x^{1/2} - 2}$$

$$y' = \frac{\left(\frac{2}{3}x^{-2/3} + 5\right)(3x^{1/2} - 2) - \frac{3}{2}x^{-1/2}(2x^{1/3} + 5x)}{3x^{1/2} - 2}$$

$$y' = \frac{2x^{-1/6} - \frac{4}{3}x^{-2/3} + 15x^{1/2} - 10x - 3x^{-1/6} - \frac{15}{2}x^{1/2}}{3x^{1/2} - 2}$$

$$y' = -x^{-1/6} - \frac{4}{3}x^{-2/3} + \frac{15}{2}x^{1/2} - 10$$

$$y' = -\frac{1}{x^{1/6}} - \frac{4}{3x^{2/3}} + \frac{15x^{1/2}}{2} - 10$$

División

Pregunta de Examen

$$y = \sqrt[5]{\frac{x+1}{x-1}}$$

$$y = \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{1/5}$$

$$y = \frac{1}{5} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{-4/5} \left[\frac{1(x-1) - 1(x+1)}{(x-1)^2} \right]$$

$$y' = \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{4/5} \left[\frac{x-1 - x-1}{(x-1)^2} \right]$$

$$y' = \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{4/5} \left[-\frac{2}{(x-1)^2} \right]$$

$$y' = -\frac{2(x-1)^{4/5}}{5(x+1)^{4/5}(x-1)^2}$$

$$y' = -\frac{2}{5 \sqrt[5]{(x+1)^4}} \frac{5 \sqrt[5]{(x-1)^6}}{\sqrt[5]{(x-1)^8}}$$

$$y' = -\frac{2}{5 \sqrt[5]{(x+1)^4}} \frac{2}{\sqrt[5]{(x-1)^8}} \sqrt[5]{x-1}$$

$$y' = -\frac{2}{5(x-1)} \frac{2}{\sqrt[5]{(x+1)^4}} \sqrt[5]{x-1}$$

$$y' = -\frac{2}{5(x-1)} \sqrt[5]{(x+1)^4(x-1)}$$

$$y = \sqrt[6]{\frac{2x^3-1}{2x^3+1}}$$

$$y = \frac{(2x^3-1)^{\frac{1}{6}}}{(2x^3+1)^{\frac{1}{6}}}$$

$$y = \frac{1}{6} (2x^3-1)^{-\frac{5}{6}} (6x^2) (2x^3+1)^{\frac{1}{6}} - \frac{1}{6} (2x^3+1)^{-\frac{5}{6}} (6x^2)$$

$$(2x^3-1)^{\frac{1}{6}}$$

$$\left[(2x^3+1)^{\frac{1}{6}} \right]^2$$

$$y' = \frac{x^2 (2x^3-1)^{-\frac{5}{6}} (2x^3+1)^{-\frac{5}{6}} \left[2x^3+1 - (2x^3-1) \right]}{(2x^3+1)^{\frac{1}{3}}}$$

$$y' = \frac{x^2 (2x^3-1)^{-\frac{5}{6}} (2x^3+1)^{-\frac{5}{6}} \left[9x^3+1-2x^3+1 \right]}{(2x^3+1)^{\frac{1}{3}}}$$

$$y' = \frac{2x^2}{(2x^3-1)^{\frac{5}{6}} (2x^3+1)^{\frac{5}{6}} (2x^3+1)^{\frac{1}{3}}}$$

$$y' = \frac{2x^2}{(2x^3-1)^{\frac{5}{6}} (2x^3+1)^{\frac{5}{6}}}$$

$$y' = \frac{2x^2}{\sqrt[6]{(2x^3-1)^5} \sqrt[6]{(2x^3+1)^5}}$$

$$y' = \frac{2x^2}{\sqrt[6]{(2x^3-1)^5} \sqrt[6]{(2x^3+1)^5}} \sqrt[6]{2x^3+1}$$

$$y' = \frac{2x^2}{(2x^3+1) \sqrt[6]{(2x^3-1)^5}} \sqrt[6]{2x^3+1}$$

$$y' = \frac{2x^2}{(2x^2+1)^5}$$

$$\frac{2x^2}{(2x^2+1)^5}$$

$$y' = \frac{5x^5 + 4x - 1}{2x^2 + 3}$$

$$y' = (25x^4 + 4)(2x^2 + 3) - 4x(5x^5 + 4x - 1) \\ (2x^2 + 3)^2$$

$$y' = \frac{50x^6 + 15x^4 + 8x^2 + 12 - 20x^6 - 16x^2 + 4x}{(2x^2 + 3)^2}$$

$$y' = \frac{30x^6 + 15x^4 - 8x^2 + 4x + 12}{(2x^2 + 3)^2}$$

Teorema de L'Hopital

DIA MES ANO

NOTA

Es un proceso que resuelve límites aplicando derivadas.

$$\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x-8}}{\sqrt[3]{x-4}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{64-8}}{\sqrt[3]{64-4}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 64} \frac{8-8}{4-4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 64} \frac{0}{0} \text{ Indeterminado}$$

$$\frac{(\sqrt{x-8})}{(\sqrt[3]{x-4})} \cdot \frac{(\sqrt{x+8})}{(\sqrt{x+8})} \cdot \frac{(\sqrt[3]{x^2+4\sqrt[3]{x}+4^2})}{(\sqrt[3]{x+8})}$$

$$y = \frac{x^{1/2} - 8}{x^{1/3} - 4}$$

$$y' = \frac{1/2 x^{-1/2}}{1/3 x^{-2/3}}$$

$$y' = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x^{1/2}} \right)}{\frac{1}{3} \left(\frac{1}{x^{2/3}} \right)}$$

$$y' = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{3} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$$

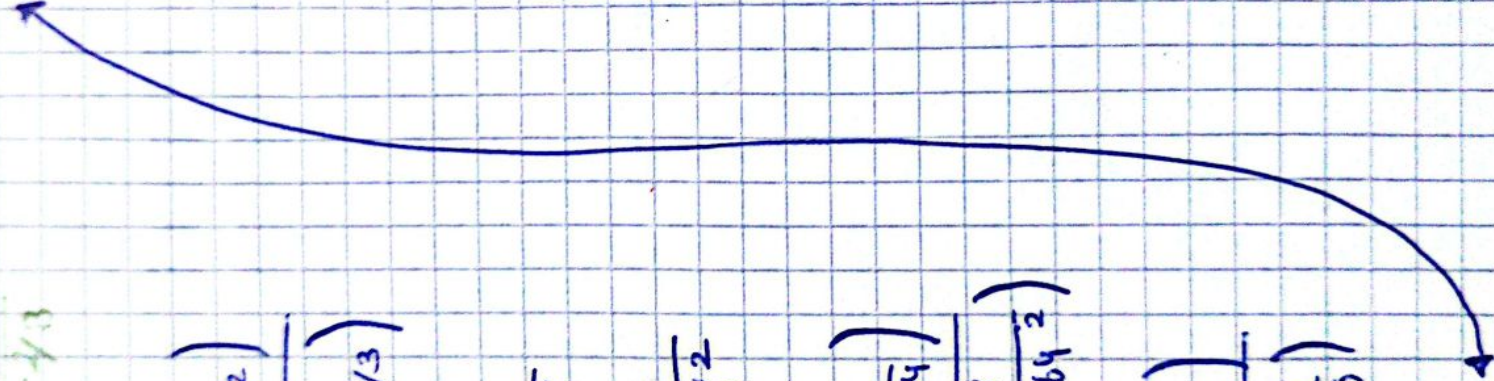
$$\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{64}} \right)}{\frac{1}{3} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{64^2}} \right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{8} \right)}{\frac{1}{3} \left(\frac{1}{16} \right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{48}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 64} \frac{48}{16}$$

$$\lim_{x \rightarrow 64} 3$$



$$\lim_{x \rightarrow 0}$$

$$\frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1-x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0}$$

$$\frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt{1-x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0}$$

$$\frac{\sqrt{1} - 1}{\sqrt{1} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0}$$

$$\frac{1 - 1}{1 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0}$$

$$\frac{0}{0} \text{ Indeterminado}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0}$$

$$\frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1-x} - 1}$$

$$\cdot \frac{\sqrt{1+x} + 1}{\sqrt{1+x} + 1}$$

$$\cdot \frac{\sqrt[3]{1^2 + 1} \sqrt{x} - 1}{\sqrt{1+x} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0}$$

$$\sqrt{}$$

$$\lim \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{x+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1-(-1)^2}}{\sqrt{-1+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1-1}}{\sqrt{-1+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{0}{0} \text{ Indeterminado}$$

$$\frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{x+1}}$$

$$\frac{\sqrt{(1+x)(1-x)}}{\sqrt{(x+1)}}$$

$$\sqrt{1-x}$$

$$\sqrt{1-(-1)}$$

$$\sqrt{2}$$

$$\frac{(1-x^2)^{1/2}}{(x+1)^{1/2}}$$

$$\frac{1}{2} (1-x^2)^{-1/2} (-2x)$$

$$\frac{1}{2} (x+1)^{-1/2} (1)$$

$$-\frac{x}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$$

$$-\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{1}{2} \frac{-\frac{1}{2}x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$-2x \sqrt{\frac{x+1}{(1-x)(1+x)}}$$

$$-2x \sqrt{1-x}$$

$$\frac{-2(-1)}{\sqrt{1-(-1)}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{2}$$